

II OLIMPÍADA REGIONAL DE MATEMÁTICA DA UNOCHAPECÓ
Segunda Fase - 2005 - Nível 2 - (7^a ou 8^a série)

Problema 1

Considere a seguinte formação de números construídos com algarismos de 0 a 9:

- (i) os algarismos do número são todos diferentes;
- (ii) cada algarismo é três vezes o anterior, ou uma unidade a mais que isso, ou duas unidades a mais que isso;
- (iii) se isto resultar um número maior que 9, somente o algarismo da unidade será considerado;
- (iv) para o primeiro algarismo, o algarismo anterior é o último algarismo
- (v) o primeiro dígito é o maior dígito do número.

Determine todos os números de até 5 dígitos construídos desta forma.

Problema 2

Considere um polígono regular de 22 lados (isto é, um polígono que tem 22 lados de mesmo comprimento e todos os 22 ângulos internos são iguais) com seus vértices enumerados consecutivamente no sentido horário de 0 até 21. Um sapo salta pelos vértices deste polígono da seguinte forma: ele parte de um vértice, digamos o vértice 0, pula para o vértice 2 (deixando de passar pelo vértice 1) e depois pula para o vértice oposto em relação ao centro do polígono. Se o sapo continua com este padrão de pulos, isto é, sempre alternando um pulo dois vértices à frente com um pulo para o vértice oposto, após quantos saltos estará de volta ao vértice inicial?

Problema 3

O lava rápido “Lave Bem” faz uma promoção:

Lavagem Simples R\$ 5,00

Lavagem Completa R\$ 7,00

Neste dia, o faturamento foi de exatamente R\$ 176,00. O dono do estabelecimento, ao fechar o caixa, quis saber quantas lavagens de cada tipo foram realizadas, perguntando ao seu atendente. Como este não se lembrava exatamente da quantidade de lavagens simples e completas, começou a pensar em todas as possibilidades de resposta dessas lavagens. Citar todas essas possibilidades.

Problema 4

A diferença entre dois números naturais é 10. Ao multiplicar um pelo outro, um estudante cometeu um engano, tendo diminuído em 4 o algarismo das dezenas do produto. Para conferir seus cálculos, dividiu o resultado obtido pelo menor dos fatores, obtendo 39 como quociente e 22 como resto. Escrever os dois números.

Problema 5

Luke Skywalker e Han Solo defrontam-se numa corrida com suas naves espaciais mais

potentes. Luke dá cada volta à pista em 45 segundos e Han em 48 segundos. As naves espaciais de Luke e Han só se cruzam no momento em que Luke Skywalker termina a corrida. Quantas voltas tem a corrida?

Problema 6

Um quadrado e um círculo, tem o mesmo centro. Se as regiões sombreadas tiverem a mesma área e o círculo tiver área 1, qual será a área do quadrado?

